



گزینه ۴

۱

$$\begin{cases} Q_{\text{مایع}} + Q_{\text{آب}} = 0 \\ Q = mc\Delta\theta \end{cases} \Rightarrow mc_{\text{مایع}}(20 - 10) + 3mc_{\text{آب}}(20 - 10) = 0$$

$$-60c_{\text{مایع}} + 30c_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow 2c_{\text{مایع}} = c_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{c_{\text{مایع}}}{c_{\text{آب}}} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲

۲

بازدهٔ سماور $\frac{3}{4}$ یعنی ۷۵ درصد است.

$$R_a = \frac{Q}{Pt} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{mc\Delta\theta}{Pt} \Rightarrow t = \frac{7/5 \times 4200 \times 20}{2/5 \times 10^3 \times \frac{3}{4}} = 336 \text{ s}$$

$$336 \text{ s} = (5 \times 60) + 36 \Rightarrow ۵ \text{ دقیقه و } ۳۶ \text{ ثانیه}$$

گزینه ۴

۳

باید دمای آب و یخ، هر دو به 0°C برسند. برای محاسبهٔ کمترین مقدار جرم یخ (m_i) فرض می‌کنیم جرم یخ است که همهٔ آن ذوب و به آب 0°C تبدیل می‌شود. در این حالت، داریم: (ویژگی‌های آب را با زیروند W نشان داده‌ایم)

$$m_i c_i \Delta\theta_i + m_i L_f + m_W c_W \Delta\theta_W = 0$$

$$m_i c_i [0 - (-20)] + m_i \times 160 c_i + m_W \times 2 c_i \times (0 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 180 m_i = 40 m_W \Rightarrow m_i = \frac{2}{9} m_W$$

برای محاسبهٔ بیشترین مقدار جرم یخ (m'_i) فرض می‌کنیم جرم یخ به حدی است که با جذب گرما از آب، آن را به دمای 0°C می‌رساند و همهٔ آن را به یخ 0°C تبدیل می‌کند. در این صورت، داریم:

$$m'_i c_i \Delta\theta_i + m_W c_W \Delta\theta_W - m_W L_f = 0$$

$$m'_i c_i [0 - (-20)] + m_W \times 2 c_i \times (0 - 20) - m_W \times 160 c_i = 0$$

$$\Rightarrow 20 m'_i = 200 m_W \Rightarrow m'_i = 10 m_W$$

$$\frac{m'_i}{m_i} = \frac{10 m_W}{\frac{2}{9} m_W} = \frac{90}{2} = 45$$

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 1/92 \times 10^{-6} = 0/16 \times 2 \times 12 \times 10^{-6} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}$$

$$P t = mc \Delta \theta \Rightarrow t = \frac{mc \Delta \theta}{P} \Rightarrow t = \frac{2 \times 400 \times 50}{800} = 50 \text{ s}$$

تنها گزینه "۲" درست می‌باشد. افزودن نمک به آب خالص، دمای نقطه جوش آب را بالا می‌برد.

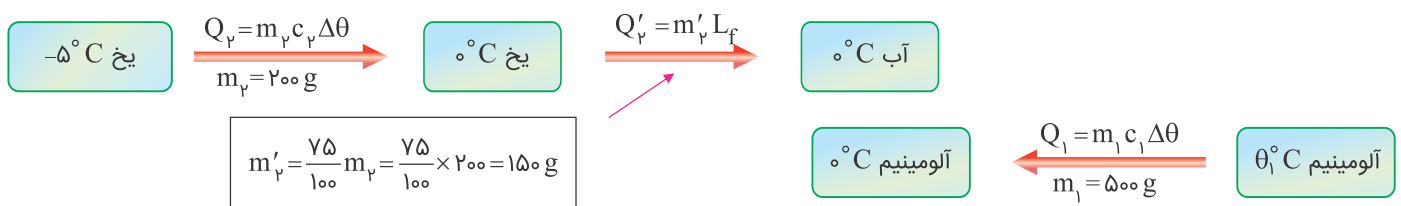
باتوجه به صورت سؤال اینطور به نظر می‌رسد که همه یخ ذوب نشده است (اولاً).

ثانیاً: وقتی سؤال می‌گوید $\frac{4}{5}$ انرژی قطعه آهن صرف ذوب شدن یخ می‌شود، یعنی قطعاً همه یخ به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شده است.

$$Q = Q \Rightarrow \underbrace{\frac{4}{5} m C \Delta \theta}_{\text{قطعه آهنی}} = \underbrace{m L_f}_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} \times 2000 \times 0/12 \times 500 = m \times 80 \Rightarrow m = 1200 \text{ gr}$$

۷۵٪ جرم یخ ذوب شده و ۲۵٪ آن باقی مانده است. بنابراین یخ در ظرف باقی می‌ماند و دمای تعادل 0°C خواهد بود. طرح‌واره زیر را برای حل ساده‌تر سؤال رسم می‌کنیم.



حال مجموع گرماهای مبادله شده را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$Q_1 + Q_v + Q'_v = 0 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta \theta_1 + m_v c_v \Delta \theta_v + m'_v L_f = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (0 - \theta_1) + m_v c_v (0 - (-5)) + m'_v L_f = 0$$

$$\xrightarrow{\substack{c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آلومینیم}} \\ L_f = 160 c_{\text{یخ}}}} -[0/5 \times \frac{c_{\text{یخ}}}{2} \theta_1] + [0/2 c_{\text{یخ}} \times 5] + [0/15 \times 160 c_{\text{یخ}}] = 0$$

$$\Rightarrow 0/25 \theta_1 = 1 + 24 \Rightarrow \theta_1 = 100^\circ \text{C}$$

حداکثر جرم یخ، یعنی جرم یخ آن قدر زیاد است که تمام آب 20°C را به یخ 0°C تبدیل می‌کند، پس:

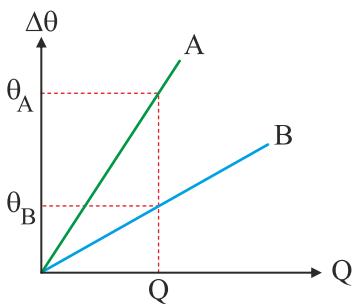
$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow (m \times c_{\text{یخ}} \times 10) + (500 \times c_{\text{آب}} \times (-20)) - 500 \times L_F = 0$$

$$\Rightarrow m \times 1 \times 10 + 500 \times 2 \times (-20) - 500 \times 160 = 0$$

$$\Rightarrow m - 2000 - 8000 = 0 \Rightarrow m = 10000 \text{ g} \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{m_A=m_B} c_A \Delta\theta_A = c_B \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow{c_B > c_A} \Delta\theta_B < \Delta\theta_A$$



راه حل دوم: نمودار به صورت $\Delta\theta = \frac{1}{mc}Q$ است که مشابه $y = ax$ می‌باشد. پس شیب نمودار $\frac{1}{mc}$ خواهد بود و چون $c_B > c_A$ پس شیب A بیشتر از B خواهد بود.

ابتدا نسبت تغییر دمای دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{c_A = \frac{1}{2}c_B} 2m_A \Delta\theta_A = m_B \Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} 2\rho_A V_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B \Delta\theta_B \xrightarrow{\rho_A = \frac{1}{2}\rho_B} 4\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$$

با استفاده از $\Delta V = V_1 \alpha \Delta\theta$ ، نسبت تغییر حجم دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_{1(A)}}{V_{1(B)}} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = 1 \times 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

این وسیله یک گرماسنج بمبی است که از آن برای سنجش انرژی مواد غذایی استفاده می‌شود. گرمای آزاد شده از سوختن ماده غذایی صرف افزایش دمای آب درون مخزن گرماسنج می‌شود. بنابراین گرمای حاصل از سوختن ۲۰ g ماده غذایی برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta F = 1/8 \Delta \theta = 1/8 \times 20 = 36^\circ \text{F} \\ Q = C \Delta F = 2000 \times 36 = 72 \times 10^3 \text{ J} = 72 \text{ kJ} \end{cases}$$

گرمای آزاد شده به ازای ۲۰ g از ماده است. بنابراین گرمای آزاد شده از یک گرم از ماده برابر $3/6 \text{ kJ}$ است. $\frac{72}{20}$

در گام اول، حجم‌های فلز به کاررفته در این دو کره را محاسبه می‌کنیم:

$$V_A = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V_B = \frac{4}{3} \pi R^3 - \underbrace{\frac{4}{3} \pi r^3}_{\text{حجم حفره}} \xrightarrow{r=\frac{R}{\lambda}} V_B = \frac{V}{\lambda} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{V}{\lambda} V_A$$

طبق تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{\frac{\rho_A = \rho_B}{\frac{V_B}{V_A} = \frac{V}{\lambda}}} \frac{m_B}{m_A} = \frac{V}{\lambda}$$

گرمای داده‌شده به کره‌ها، صرف افزایش دمای آن‌ها می‌شود:

$$Q = mc \Delta \theta \xrightarrow{c \text{ یکسان}} \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A}$$

$$\xrightarrow{Q_B = Q_A} 1 = \frac{V}{\lambda} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A} \Rightarrow \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{V}{\lambda}$$

حال در آخرین مرحله، رابطه انبساط گرمایی را می‌نویسیم:

$$\Delta V = V_1 \times \beta \times \Delta \theta \xrightarrow{\beta \text{ یکسان}} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{حفره}}} = \frac{V_A}{V_{\text{حفره}}} \times \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B}$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{حفره}}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} \times \frac{V}{\lambda} = \left(\frac{R}{r} \right)^3 \times \frac{V}{\lambda}$$

$$\xrightarrow{r=\frac{R}{\lambda}} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{حفره}}} = (\lambda)^3 \times \frac{V}{\lambda} = V$$

با جمع کردن گرماهای مبادله شده برای جسم و آب، گرمای خارج شده از مجموعه را محاسبه می کنیم:

$$Q_{\text{خارج شده}} = Q_{\text{آب}} + Q_{\text{جسم}} = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{جسم}}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{خارج شده}} = 3 \times 4200 \times (40 - 20) + 2 \times 1000(40 - 200)$$

$$= 252000 - 320000 = -68000 \text{ J} \Rightarrow Q_{\text{خارج شده}} = -68 \text{ KJ}$$

منفی شدن خارج شده Q به معنای خارج شدن گرما از مجموعه است.

تنها مورد "ب" درست است.

به بررسی سایر گزینه ها می پردازیم:

(الف) نادرست؛ چگالش، یعنی تبدیل بخار به جامد، فرایندی گرماده است.

(پ) نادرست؛ معمولاً افزایش فشار سبب بالا رفتن نقطه ذوب می شود. یعنی مثلاً افزایش فشار بر روی یخ سبب پایین آمدن نقطه ذوب آن می شود.

(ت) نادرست؛ جامدهای بی شکل برخلاف جامدهای بلورین نقطه ذوب مشخص و ثابتی ندارند و در گستره ای از دما ذوب می شوند.

$$\Delta E = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = \frac{1}{2}mv^2 - mgh = \frac{1}{2}m \times 400 - m \times 500 = -300m$$

$$Q = 0/2|\Delta E| \Rightarrow Q = 0/2 \times 300m = 60m$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 60m = m \times 300 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{1}{5} = 0/2^\circ\text{C}$$

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta = 0/1 \times 4200 \times (25 - 20) = 2100 \text{ J} \quad \text{برای آب :}$$

$$Q_2 = C\Delta\theta = C \times (25 - 20) = 5C \quad \text{برای گرماسنج :}$$

$$Q = Pt = Q_1 + Q_2 = 2100 + 5C \Rightarrow 50 \times 60 = 2100 + 5C \Rightarrow C = 180 \text{ J}/^\circ\text{C}$$

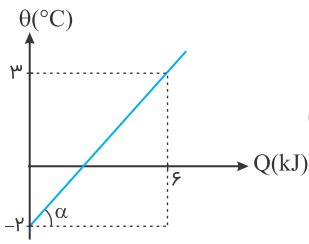
$$Q'_1 = m_1 c_1 \Delta\theta = 0/1 \times 4200 \times (100 - 25) = 31500 \text{ J} \quad \text{برای آب :}$$

$$Q'_2 = C\Delta\theta = 180 \times (100 - 25) = 13500 \text{ J} \quad \text{برای گرماسنج :}$$

$$Q'_3 = mL_V = 0/02 \times 2260 \times 10^3 = 45200 \text{ J}$$

$$Q = Pt \Rightarrow 31500 + 13500 + 45200 = 50t \Rightarrow t = 1804 \text{ s}$$

شیب نمودار $(Q - \theta)$ برابر $\frac{1}{C}$ می‌باشد. (C ظرفیت گرمایی است)



$$\tan \alpha = \frac{1}{C} = \frac{5}{6000} \Rightarrow C = 1200 \text{ J/K}$$

$$Q = C \Delta \theta \xrightarrow[\Delta \theta = 5^\circ \text{C}]{\Delta F = \frac{5}{6} \Delta \theta} Q = 1200 \times 5 = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

$$Q = mL_F = m \times 336 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta = m \times 4/2 \times 80 = m \times 336 \text{ J}$$

$$\text{درصد مقدار گرمایی که صرف ذوب یخ شده} = \frac{Q_{\text{یخ به آب } 0^\circ \text{C}}}{Q_{\text{کل}}} \times 100$$

$$= \frac{m \times 336}{m \times 336 + m \times 336} \times 100 = 50 \text{ درصد}$$

$$Q_1 = |Q_2| \Rightarrow m_1(\theta_e - \theta_1) = m_2(\theta_2 - \theta_e) \Rightarrow 120(20 - 0) = 480(\theta_2 - 20)$$

$$120 \times 20 = 480\theta_2 - (480 \times 20) \Rightarrow 4\theta_2 = 20 + (4 \times 20) \Rightarrow \theta_2 = \frac{100}{4} \Rightarrow \theta_2 = 25^\circ \text{C}$$

$$\frac{3}{4}m_{\text{یخ}}L_F = mc\Delta\theta$$

$$\frac{3}{4}m_{\text{یخ}} \times (80 \times 4200) = 0/6 \times 4200(40 - 0)$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = 0/4 \text{ kg} = 400 \text{ g}$$